PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
NAM TỪ LIÊM

ĐỀ THI HỌC KỲ I
MÔN TOÁN LỚP 9
NĂM HỌC
Thời gian làm bài: 90 phút

A. ĐỀ BÀI

I. TRẮC NGHIỆM (1 điểm)

Trả lời câu hỏi bằng cách viết lại chữ cái đứng trước đáp án đúng vào bài làm:

Câu 1:

Nếu x thỏa mãn điều kiện $\sqrt{3+\sqrt{x}}=2$ thì x nhậận giá trị là:

A. 0 B. 4 C. 5 D. 1

Câu 2:

Điều kiện để hàm số bậc nhất $y=(1-m)x+m\ \ (m\ne 1)$ là hàm số nghịch biến là:

A. $m>1$ B. $m\ge 1$ C. $m\le 1$ D. $m<1$

Câu 3:

Cho tam giác MNP vuông tại M, đường cao MH. Chọn hệ thức sai:

A. $MH^2=HN.HP$ B. $MP^2=NH.HP$

C. $MH.NP=MN.MP$ D. $\frac{1}{MN^2}+\frac{1}{MP^2}=\frac{1}{MH^2}$

Câu 4:

Cho hai đường tròn $(I;7cm)$ và $(K;5cm)$. Biết $IK=2cm$. Quan hệ giữa hai đường tròn là:

A. Tiếp xúc trong B. Tiếp xúc ngoài

C. Cắt nhau D. Đựng nhau

II. TỰ LUẬN (9 ĐIỂM)

Bài 1. (1 điểm)

Thực hiện phép tính: a) $3\sqrt{\frac{1}{3}}+4\sqrt{12}-5\sqrt{27}$ b) $\frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

Bài 2. (2 điểm)

Cho biểu thức: $P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{x-2\sqrt{x}}{x-4}$ và $Q=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ $(x\ge 0;x\ne 4)$

a) Rút gọn P.

b) Tìm x sao cho $P=2$.

c) Biết $M=P:Q$. Tìm giá trị của x để $M^2<\frac{1}{4}$.

Bài 3. (2 điểm)

Cho hàm số $y=(m-4)x+4$ có đồ thị là đường thẳng (d) $(m\ne 4)$

a) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua $A(1;6)$.

b) Vẽ đồ thị hàm số với m vừa tìm được ở câu a. Tính góc tạo bởi đồ thị hàm số vừa vẽ với trục Ox (làm tròn đến phút).

c) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = (m - m^2)x + m + 2$.

Bài 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O; R) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AE đến đường tròn (O) (với E là tiếp điểm). Vẽ dây EH vuông góc với AO tại M.

a) Cho biết bán kính $R = 5cm; OM = 3cm$. Tính độ dài dây EH.

b) Chứng minh: AH là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c) Đường thẳng qua O vuông góc với OA cắt AH tại B. Vẽ tiếp tuyến BF với đường tròn (O) (F là tiếp điểm). Chứng minh: 3 điểm E, O, F thẳng hàng và $BF.AE = R^2$.

d) Trên tia HB lấy điểm I $(I \neq B)$, qua I vẽ tiếp tuyến thứ hai với đường tròn (O) cắt các đường thẳng BF, AE lần lượt tại C và D. Vẽ đường thẳng IF cắt AE tại Q. Chứng minh: AE = DQ.

Bài 5. (0,5 điểm)

Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x + y \leq 1$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\sqrt{1 + x^2y^2}$.

B. LỜI GIẢI

I. TRẮC NGHIỆM

Câu 1:

Đáp án: D

Câu 2:

Đáp án: B

Câu 3:

Đáp án: B

Câu 4:

Đáp án: A

II. TỰ LUẬN

Bài 1.

a) $3\sqrt{\frac{1}{3}}+4\sqrt{12}-5\sqrt{27}=\sqrt{3}+8\sqrt{3}-15\sqrt{3}=-6\sqrt{3}$

b) $\frac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\frac{\left(3+2\sqrt{3}\right)\sqrt{3}}{3}-\frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1}=\frac{3\sqrt{3}+6-2\sqrt{3}-2}{2}=\frac{\sqrt{3}+4}{2}$

Bài 2.

Ta có $P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{x-2\sqrt{x}}{x-4}$

$=\frac{x+2\sqrt{x}+x-2\sqrt{x}-x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

$P=2\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}=2\Leftrightarrow\sqrt{x}=4\Rightarrow x=16$

$M=P:Q=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$

$\Rightarrow M^2<\frac{1}{4}\Leftrightarrow\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\frac{1}{2}\right)<0$

$\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}-\frac{1}{2}<0\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-2}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}<0\Rightarrow\sqrt{x}<2\Rightarrow x<4$

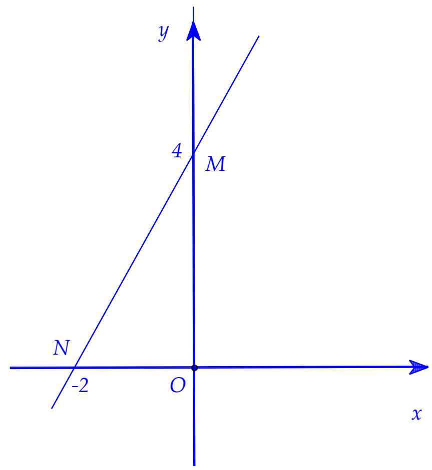
Kết hợp điều kiện $\Rightarrow\ 0\le x<4$

Bài 3.

a. Thay $x=1;\ y=6$ vào hàm số $y=(m-4)x+4$ ta được $6=(m-4).1+4\Rightarrow m=6$.

b. $m=6\Rightarrow y=2x+4$

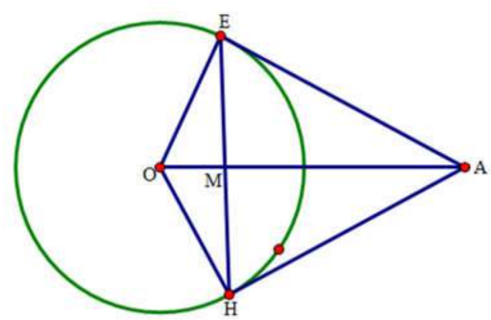
Cho $x=0 \Rightarrow y=4;\ y=0 \Rightarrow x=-2$. Đường thẳng $y=2x+4$ qua 2 điểm $M\left(0;4\right)$ và $N\left(-2;0\right)$.



Gọi α là góc tạo bởi đồ thị với trục Ox $\Rightarrow \tan\alpha = a = 2 \Rightarrow \alpha \approx 63^{\circ}26'$.

c. $\left(d\right)//\left(d_1\right) \Rightarrow \begin{cases} m-m^2=m-4 \\ m+2 \neq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \end{array}\right. \Rightarrow m=-2 \\ m \neq 2 \end{cases}$.

Bài 4.

a) Theo đề ta có: $EH \perp OA$ tại M nên M là trung điểm của EH hay $EH = 2EM$. Áp dụng định lí Pi-ta-go cho tam giác vuông OME có: $EM = \sqrt{OE^2 - OM^2} = \sqrt{5^2-3^2} = 4$ Vậy $EH = 2EM = 8$ (cm)	

b) Ta có: $\begin{cases} OA \perp EH \\ ME = MH \end{cases} \Rightarrow OA$ là đường trung trực của EH.

Suy ra: $AE = AH$

Xét hai tam giác OEA và tam giác OHM có:

$OE = OH\left(=R\right)$

$AE = AH$ (cmt)

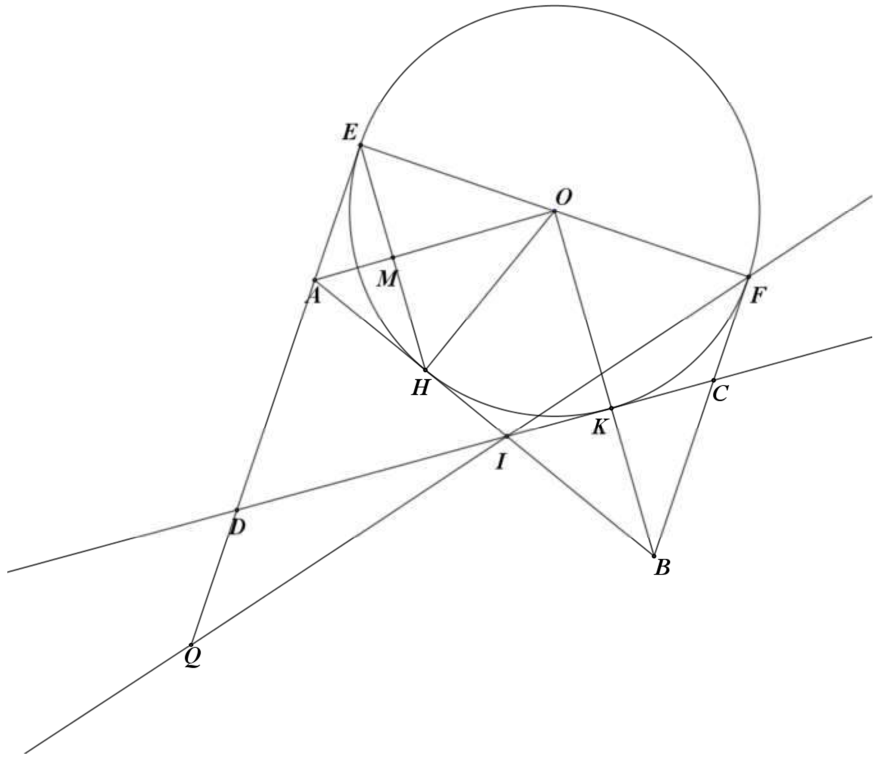
OA chung

Nên $\Delta OEA = \Delta OHA$ (c-c-c)

Suy ra: $OHA = OEA = 90^{\circ}$

Hay $AH \perp OH$

Vậy AH là tiếp tuyến của đường tròn tâm O.



c) Có $OH \perp AH$ hay B là giao của hai tiếp tuyến $BH;BF$.

Vậy, $\widehat{BOF} = \widehat{BOH}$, lại có $\widehat{EOA} = \widehat{HOA}$ nên $\widehat{EOA} + \widehat{AOB} + \widehat{BOF} = 2\left(\widehat{AOH} + \widehat{BOH}\right) = 2\widehat{AOB} = 180^o$

Tức là E,O,F thẳng hàng; $\widehat{AOE} + \widehat{BOF} = 90^o \Rightarrow \widehat{OAE} = \widehat{BOF}$ (cùng phụ $\widehat{AOE}$).

$$\Rightarrow \Delta AOE \sim \Delta OBF$$

Tức là $\dfrac{AE}{OF} = \dfrac{OE}{BF} \Rightarrow AE.BF = OE.OF = R^2\left(1\right)$.

d)

$$BF \parallel AQ \Rightarrow \frac{BF}{CF} = \frac{AQ}{DQ}\left(*\right)\left(Talet\right)$$

Dễ dàng chứng minh ΔCOD vuông tại O, áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ΔCOD ta có:

$$OK^2 = DK.CK$$

Mà DE, DK là các tiếp tuyến của $\left(O\right)$ cắt nhau tại D nên $DE = DK$;

Tương tự $CK = CF$.

$\Rightarrow OK^2 = CF.DE \Leftrightarrow CF.DE = R^2\left(2\right)$.

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ suy ra:

$$CF.DE = AE.BF \Leftrightarrow \frac{BF}{CF} = \frac{DE}{AE}\left(**\right)$$

Từ $\left(*\right)$ và $\left(**\right)$ suy ra:

$$\frac{AQ}{DQ} = \frac{DE}{AE} \Leftrightarrow \frac{AQ}{AQ - DQ} = \frac{DE}{DE - AE} \Leftrightarrow \frac{AQ}{AD} = \frac{DE}{AD} \Leftrightarrow AQ = DE$$

Suy ra điều phải chứng minh.

Bài 5.

Với a, b là hai số thực không âm ta có $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ (1).

Thật vậy (1) $\Leftrightarrow \left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 \geq 0$ (luôn đúng) $\Rightarrow$ đpcm.

Áp dụng (1) ta được.

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{x}.\frac{1}{y}} = \frac{2}{\sqrt{x.y}}$ (do $\frac{1}{x}$; $\frac{1}{y}$ là các số thực dương).

Vậy $P \geq \frac{2}{\sqrt{xy}}.\sqrt{1+x^2y^2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}+xy}$.

Ta có:

$1 \geq x+y \geq 2\sqrt{xy}$ (do x; y là hai số thực dương) $\Rightarrow xy \leq \frac{1}{4}$.

$$\frac{1}{xy}+xy = \frac{1}{16xy}+xy+\frac{15}{16}.\frac{1}{xy} \geq 2\sqrt{\frac{1}{16xy}.xy}+\frac{15}{16}.\frac{1}{\frac{1}{4}} = 2.\frac{1}{4}+\frac{15}{4} = \frac{17}{4}.$$

$$\Rightarrow P \geq 2\sqrt{\frac{17}{4}} = \sqrt{17}$$

Vậy $P_{min} = \sqrt{17}$ xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} x = y \\ x+y=1 \\ xy = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2}$