PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

QUẬN ĐỐNG ĐA

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I

NĂM HỌC

MÔN: TOÁN 9

Thời gian làm bài: 90 phút.

Bài 1. (2,0 điểm).

1) Tính giá trị của biểu thức: $M=\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}-3\sqrt{12}+\dfrac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}+1$

2) Giải phương trình: $\sqrt{9x-9}-1=\sqrt{x-1}$

Bài 2 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{2x+3\sqrt{x}+9}{x-9}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ với $x\geq 0; x\neq 9$

1) Tính giá trị của A khi $x=25$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Cho $P=\dfrac{A}{B}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P

Bài 3 (2,0 điểm)

Cho hàm số bậc nhất $y=(m-1)x-4\,(d)\quad (m\neq 1)$

1) Vẽ đồ thị hàm số khi $m=2$

2) Tìm m để (d) song song với đồ thị hàm số $y=-3x+2\,(d_1)$

3) Tìm m để (d) cắt đồ thị hàm số $y=x-7\,(d_2)$ tại một điểm nằm ở bên trái trục tung.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Vẽ tiếp tuyến Bx của (O). Trên cùng 1 nửa mặt phẳng bờ AB có chứa Bx, lấy điểm M thuộc (O) (M khác A và B) sao cho $MA > MB$. Tia AM cắt Bx tại C. Từ C kẻ tiếp tuyến thứ hai CD với (O) (D là tiếp điểm)

1) Chứng minh $OC \perp BD$

2) Chứng minh bốn điểm O, B, C, D cùng thuộc một đường tròn

3) Chứng minh $\widehat{CMD} = \widehat{CDA}$

4) Kẻ MH vuông góc với AB tại H. Tìm vị trí của M để chu vi tam giác OMH đạt giá trị lớn nhất.

Bài 5 (0,5 điểm)

Cho x, y, z là các số dương thay đổi thỏa mãn: $xy + yz + zx = 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 3x^2 + 3y^2 + z^2$

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. (2,0 điểm).

1) Tính giá trị của biểu thức: $M=\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}-3\sqrt{12}+\dfrac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}+1$

$$M=\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}-3\sqrt{12}+\frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}+1$$

$$M=\left|1-\sqrt{3}\right|-3\sqrt{4.3}+\sqrt{\frac{33}{11}}+1$$

$$M=\sqrt{3}-1-3.2\sqrt{3}+\sqrt{3}+1$$

$$M=\sqrt{3}-1-6\sqrt{3}+\sqrt{3}+1$$

$$M=-4\sqrt{3}$$

2) Giải phương trình: $\sqrt{9x-9}-1=\sqrt{x-1}$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}9x-9\ge 0\\ x-1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9x\ge 9\\ x\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 1$

$$\sqrt{9x-9}-1=\sqrt{x-1}\Leftrightarrow\sqrt{9(x-1)}-1=\sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-1}-1=\sqrt{x-1}$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x-1}-\sqrt{x-1}=1$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-1}=1\Leftrightarrow 4(x-1)=1$$

$\Leftrightarrow 4x-4=1\Leftrightarrow 4x=5\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{4}$ (thỏa điều kiện $x\ge 1$)

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=\dfrac{5}{4}$

Bài 2 (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{2x+3\sqrt{x}+9}{x-9}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0; x\ne 9$

1) Tính giá trị của A khi $x=25$

2) Rút gọn biểu thức B

3) Cho $P=\dfrac{A}{B}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P

<u>Lời giải</u>

1) Với $x=25$ (thỏa mãn điều kiện), thay vào A, ta có:

$$A=\frac{2\sqrt{25}-1}{\sqrt{25}-3}$$

$$A=\frac{2.5-1}{5-3}=\frac{10-1}{2}=\frac{9}{2}$$

2) Rút gọn biểu thức B

$$B=\frac{2x+3\sqrt{x}+9}{x-9}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

$$B=\frac{2x+3\sqrt{x}+9}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}-\frac{\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{2x+3\sqrt{x}+9-x+3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{x+6\sqrt{x}+9}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)^2}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$$

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của P

$$P = \frac{A}{B} = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} : \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$$

$$P = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$$

$$P = \frac{\left(2\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)} = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$$

$$P = \frac{2\left(\sqrt{x}+3\right)-7}{\sqrt{x}+3} = \frac{2\left(\sqrt{x}+3\right)}{\sqrt{x}+3} + \frac{-7}{\sqrt{x}+3} = 2 + \frac{-7}{\sqrt{x}+3}$$

Ta có: $x \ge 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}+3 \ge 3 \Rightarrow \dfrac{-7}{\sqrt{x}+3} \ge \dfrac{-7}{3}$

$$\Rightarrow P = 2 + \frac{-7}{\sqrt{x}+3} \ge 2 + \frac{-7}{3}$$

$$\Rightarrow P \ge \frac{-1}{3}$$

Vậy $MinP = -\dfrac{1}{3}$ khi $x = 0$

Bài 3 (2,0 điểm)

Cho hàm số bậc nhất $y=(m-1)x-4\,(d)\quad(m\neq 1)$

1) Vẽ đồ thị hàm số khi $m=2$

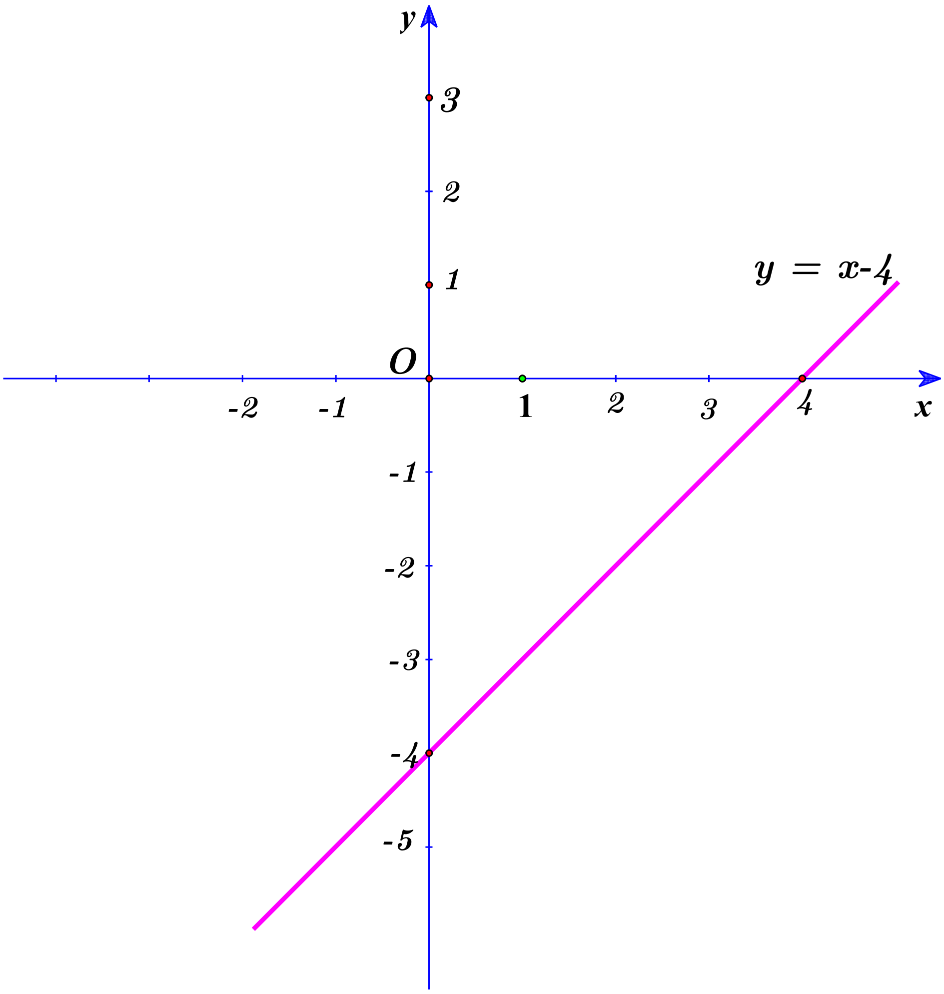
2) Tìm m để (d) song song với đồ thị hàm số $y=-3x+2\,(d_1)$

3) Tìm m để (d) cắt đồ thị hàm số $y=x-7\,(d_2)$ tại một điểm nằm ở bên trái trục tung.

Lời giải

1) Thay $m=2$, ta được: $y=x-4\,(d)$

Đồ thị hàm số $y=x-4\,(d)$ là đường thẳng đi qua điểm $(0;-4)$ và điểm $(4;0)$



2) $(d)//(d_1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=-3 \\ -4 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m=-2$

Vậy $(d)//(d_1)$ khi $m=-2$

3) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (d_2):

$(m-1)x-4=x-7$

$\Leftrightarrow mx-x-4=x-7$

$\Leftrightarrow mx-x-x=-7+4$

$\Leftrightarrow x(m-2)=-3$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-3}{m-2} \quad (m \neq 2)$

Vì giao điểm của (d) và (d_2) nằm bên trái trục tung nên ta có:

$x=\dfrac{-3}{m-2}<0$

$\Leftrightarrow m-2>0$

$\Leftrightarrow m>2$

Vậy $m>2$ thì (d) cắt (d_2) tại một điểm nằm bên trái trục tung.

Bài 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Vẽ tiếp tuyến Bx của (O). Trên cùng 1 nửa mặt phẳng bờ AB có chứa Bx, lấy điểm M thuộc (O) (M khác A và B) sao cho $MA > MB$. Tia AM cắt Bx tại C. Từ C kẻ tiếp tuyến thứ hai CD với (O) (D là tiếp điểm)

1) Chứng minh $OC \perp BD$

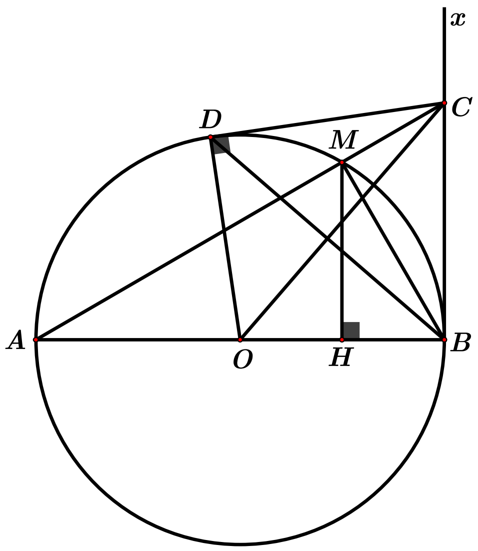
2) Chứng minh bốn điểm O,B,C,D cùng thuộc một đường tròn

3) Chứng minh $\widehat{CMD} = \widehat{CDA}$

4) Kẻ MH vuông góc với AB tại H. Tìm vị trí của M để chu vi tam giác OMH đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

1) Chứng minh $OC \perp BD$



Ta có: CD,CB là hai tiếp tuyến của (O)

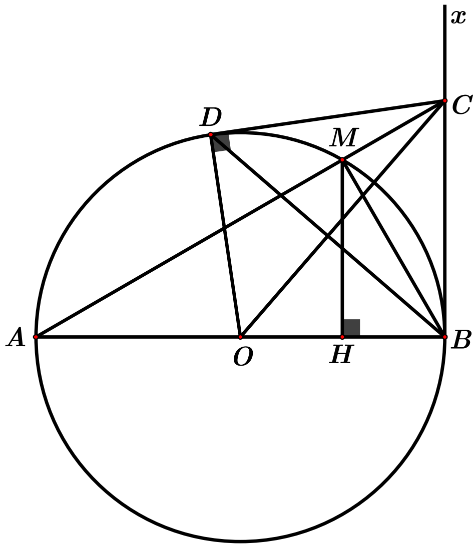
$\Rightarrow CD = CB$ (Tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mà $OD = OB = R$

$\Rightarrow OC$ là đường trung trực của đoạn thẳng DB

$\Rightarrow OC \perp DB$

2) Chứng minh bốn điểm O, B, C, D cùng thuộc một đường tròn



Ta có: $OB \perp BC$ (vì BC là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow \Delta OBC$ nội tiếp đường tròn đường kính OC

$\Rightarrow O, B, C$ cùng thuộc đường tròn đường kính OC (1)

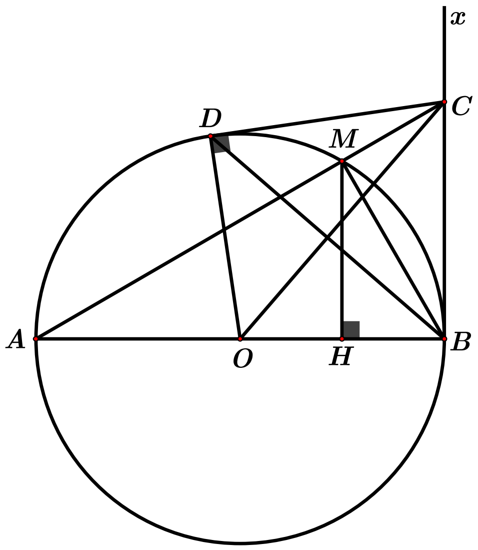
Tương tự, ta có: $OD \perp DC$ (vì DC là tiếp tuyến của (O))

$\Rightarrow \Delta ODC$ nội tiếp đường tròn đường kính OC

$\Rightarrow O, D, C$ cùng thuộc đường tròn đường kính OC (2)

Từ (1) và (2) suy ra: bốn điểm O, B, C, D cùng thuộc một đường tròn đường kính OC

3) Chứng minh $\widehat{CMD} = \widehat{CDA}$



Ta có: $\widehat{AMB} = 90^0$ (vì ΔAMB nội tiếp đường tròn đường kính AB)

$\Rightarrow BM \perp AC$

Xét ΔABC vuông tại B có $BM \perp AC$

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $CM.AC = CB^2$

Mà $CD = CB(cmt)$ nên $CM.AC = CD^2$

$\Rightarrow \dfrac{CM}{CD} = \dfrac{CD}{AC}$

Xét ΔCMD và ΔCDA có:

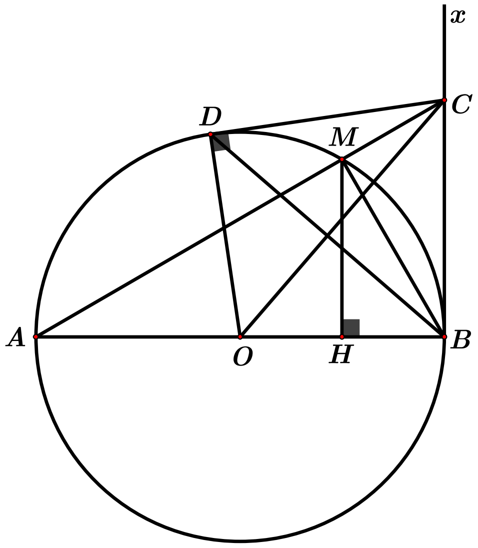
$\dfrac{CM}{CD} = \dfrac{CD}{AC}(cmt)$

$\widehat{ACD}$ là góc chung

Do đó: $\Delta CMD \backsim \Delta CDA(c.g.c)$

$\Rightarrow \widehat{CMD} = \widehat{CDA}$

4) Tìm vị trí của M để chu vi tam giác OMH đạt giá trị lớn nhất.



Chu vi $\Delta OMH = R + OH + MH$

Ta có: $(OH + MH)^2 = OH^2 + 2OH.MH + MH^2$ (Hằng đẳng thức)

$(OH + MH)^2 = (OH^2 + MH^2) + 2OH.MH$

$(OH + MH)^2 = R^2 + 2OH.MH$ (Định lý Pitago cho ΔOHM vuông tại H)

Ta lại có: $R^2 = OH^2 + HM^2 \geq 2OH.OM$ (Bất đẳng thức Cauchy)

Do đó: $(OH + MH)^2 = R^2 + 2OH.MH \leq 2R^2$

$\Rightarrow OH + MH \leq \sqrt{2}R$

$\Rightarrow$ Chu vi $\Delta OMH = R + OH + MH \leq R + \sqrt{2}R = \left(1 + \sqrt{2}\right)R$

Suy ra: chu vi ΔOMH đạt giá trị lớn nhất là $\left(1 + \sqrt{2}\right)R$ khi $OH = MH$

$\Rightarrow \Delta OMH$ vuông cân tại H $\Rightarrow \widehat{HOM} = 45^0$

Vậy chu vi ΔOMH đạt giá trị lớn nhất là $\left(1 + \sqrt{2}\right)R$ khi điểm M thuộc đường tròn (O) thỏa mãn $\widehat{HOM} = 45^0$

Bài 5 (0,5 điểm)

Cho x,y,z là các số dương thay đổi thỏa mãn: $xy+yz+zx=5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=3x^2+3y^2+z^2$

Lời giải

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương: x^2 và y^2, ta được:

$$x^2+y^2\geq 2\sqrt{x^2y^2}=2xy \text{ (vì } x,y \text{ là các số dương) (1)}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương $2x^2$ và $\frac{z^2}{2}$, ta được:

$$2x^2+\frac{z^2}{2}\geq 2\sqrt{2x^2\cdot\frac{z^2}{2}}=2xz \text{ (vì } x,z \text{ là các số dương) (2)}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương $2y^2$ và $\frac{z^2}{2}$, ta được:

$$2y^2+\frac{z^2}{2}\geq 2\sqrt{2y^2\cdot\frac{z^2}{2}}=2yz \text{ (vì } y,z \text{ là các số dương) (3)}$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra: $T=3x^2+3y^2+z^2\geq 2xy+2xz+2yz$

$\Rightarrow T\geq 2(xy+xz+yz)\Rightarrow T\geq 10$

Dấu "$=$" xảy ra khi $x^2=y^2$ và $2x^2=\frac{z^2}{2}$

$\Rightarrow x=y$ và $z=2x$ (vì x,y,z là các số dương). Thay $x=y$ và $z=2x$ vào

$xy+yz+zx=5$, ta được: $5x^2=5\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow x=1$ (vì $x>0$)

$\Rightarrow y=x=1;\ z=2x=2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của T là 10 khi $x=y=1;\ z=2$