UBND HUYỆN PHÚC THỌ

PHÒNG GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ I

NĂM HỌC

MÔN: TOÁN 9

Thời gian làm bài: 90 phút.

**Câu 1. (2,0 điểm)**

Cho biểu thức $M=\left(\frac{x+3}{x-9}+\frac{1}{\sqrt{x}+3}\right)$ và $N=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x>0, x\neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức $N$ khi $x=4$

b) Rút gọn biểu thức $B=M:N$

c) Chứng minh $B>\frac{1}{3}$

**Câu 2. (2,0 điểm)**

Giải phương trình

a) $\sqrt{4x^2+4x+1}=6$

b) $\sqrt{4x+20}+\sqrt{x+5}-\frac{1}{3}\sqrt{9x+45}=4$

**Câu 3. (2,0 điểm)**

Cho đường thẳng $y=(k+1)x+k \quad (d)$

a) Tìm giá trị của $k$ để đường thẳng $(d)$ đi qua điểm $A(1;2)$

b) Tìm giá trị của $k$ để đường thẳng $(d)$ song song với đường thẳng $y=2x+3$

c) Tìm điểm cố định mà $(d)$ luôn đi qua với mọi $k$

**Câu 4. (3,5 điểm)**

Cho $AC$ là đường kính của đường tròn tâm $(O;R)$. Trên tiếp tuyến tại $A$ của $(O;R)$, lấy điểm $I$ sao cho $IA$ lớn hơn $R$. Từ $I$ vẽ tiếp tuyến thứ hai với $(O;R)$ với tiếp điểm là $B$. Qua $O$ kẻ đường thẳng vuông góc với $AC$ cắt đường thẳng $BC$ tại $H$.

a) Chứng minh $BC//OI$

b) Chứng minh rằng tứ giác $AOHI$ là hình chữ nhật

c) Tia $OB$ cắt $IH$ tại $K$. Chứng minh tam giác $IOK$ cân.

d) Khi $AI=2R$, tính diện tích tam giác $ABC$

**Câu 5. (0,5 điểm)**

Cho $a,b,c$ là ba số dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c=1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{(1+a)(1+b)1+c)}{(1-a)(1-b)1-c)}$

# HƯỚNG DẪN GIẢI

## Câu 1. (2,0 điểm).

Cho biểu thức $M=\left(\dfrac{x+3}{x-9}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}\right)$ và $N=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x>0, x\neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức $N$ khi $x=4$

b) Rút gọn biểu thức $B=M:N$

c) Chứng minh $B>\dfrac{1}{3}$

Lời giải

a) Thay $x=4$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức $N$, ta được:

$$N=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}-3}=\frac{2}{2-3}=\frac{2}{-1}=-2$$

b) $B=M:N=\left(\dfrac{x+3}{x-9}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}\right):\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

$$B=\left(\frac{x+3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}+\frac{\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}\right):\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

$$B=\frac{x+3+\sqrt{x}-3}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}:\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}=\frac{x+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-3\right)\sqrt{x}}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$$

c) Xét $B-\frac{1}{3}=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}-\frac{1}{3}=\frac{3\left(\sqrt{x}+1\right)}{3\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{-1.\left(\sqrt{x}+3\right)}{3\left(\sqrt{x}+3\right)}$

$B-\frac{1}{3}=\frac{3\sqrt{x}+3-\sqrt{x}-3}{3\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{2\sqrt{x}}{3\left(\sqrt{x}+3\right)}$

Mà $x>0$ nên $\sqrt{x}>0 \Rightarrow 2\sqrt{x}>0$ và $3\left(\sqrt{x}+3\right)>0$

Do đó: $B-\frac{1}{3}=\frac{2\sqrt{x}}{3\left(\sqrt{x}+3\right)}>0$

Vậy $B>\frac{1}{3}$

## Câu 2. (2,0 điểm)

Giải phương trình

a) $\sqrt{4x^2+4x+1}=6$

b) $\sqrt{4x+20}+\sqrt{x+5}-\dfrac{1}{3}\sqrt{9x+45}=4$

Lời giải

a) Điều kiện xác định: $x\in\mathbb{R}$

$\sqrt{4x^2+4x+1}=6\Leftrightarrow\sqrt{(2x+1)^2}=6$

$\Leftrightarrow|2x+1|=6$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+1=6\\2x+1=-6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=5\\2x=-7\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{5}{2}\\x=\dfrac{-7}{2}\end{array}\right.$ (thỏa điều kiện xác định)

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\left\{\dfrac{-7}{2};\dfrac{5}{2}\right\}$

b) Điều kiện xác định

$$\left.\begin{array}{l} 4x+20\ge 0 \\ x+5\ge 0 \\ 9x+45\ge 0 \end{array}\right\} \Leftrightarrow x\ge -5$$

$$\sqrt{4x+20}+\sqrt{x+5}-\frac{1}{3}\sqrt{9x+45}=4$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4(x+5)}+\sqrt{x+5}-\frac{1}{3}\sqrt{9(x+5)}=4$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+5}+\sqrt{x+5}-\frac{1}{3}\cdot 3\sqrt{x+5}=4$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+5}+\sqrt{x+5}-\sqrt{x+5}=4$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+5}=4 \Leftrightarrow \sqrt{x+5}=2$$

$$\Leftrightarrow x+5=4$$

$x=-1$ (thỏa điều kiện $x\ge -5$)

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{-1\}$

**Câu 3. (2,0 điểm)**

Cho đường thẳng $y=(k+1)x+k \quad (d)$

a) Tìm giá trị của $k$ để đường thẳng $(d)$ đi qua điểm $A(1;2)$

b) Tìm giá trị của $k$ để đường thẳng $(d)$ song song với đường thẳng $y=2x+3$

c) Tìm điểm cố định mà $(d)$ luôn đi qua với mọi $k$

Lời giải

a) Vì đường thẳng $(d)$ đi qua điểm $A(1;2)$ nên thay $x=1;y=2$ vào phương trình: $y=(k+1)x+k$, ta được: $2=(k+1).1+k$

$\Leftrightarrow 2=k+1+k$

$\Leftrightarrow 2k=1$

$\Leftrightarrow k=\dfrac{1}{2}$

b) Đường thẳng $(d)$ song song với đường thẳng $y=2x+3$ khi

$$\begin{cases} k+1=2 \\ k \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow k=1$$

Vậy $k=1$ thì đường thẳng $(d)$ song song với đường thẳng $y=2x+3$

c) Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà $(d)$ luôn đi qua

Thay $x = x_0; y = y_0$ vào phương trình $y = (k+1)x + k$, ta được:

$y_0 = (k+1)x_0 + k \Leftrightarrow kx_0 + x_0 + k = y_0$

$\Leftrightarrow kx_0 + x_0 + k - y_0 = 0$

$\Leftrightarrow k(x_0 + 1) + x_0 - y_0 = 0 \ (1)$

Để (1) luôn đúng với mọi $k$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 1 = 0 \\ x_0 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = y_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = -1 \end{cases}$

Vậy $(d)$ luôn đi qua điểm cố định $M(-1;-1)$ với mọi $k$

**Câu 4. (3,5 điểm)**

Cho $AC$ là đường kính của đường tròn tâm $(O;R)$. Trên tiếp tuyến tại $A$ của $(O;R)$, lấy điểm $I$ sao cho $IA$ lớn hơn $R$. Từ $I$ vẽ tiếp tuyến thứ hai với $(O;R)$ với tiếp điểm là $B$. Qua $O$ kẻ đường thẳng vuông góc với $AC$ cắt đường thẳng $BC$ tại $H$

a) Chứng minh $BC//OI$

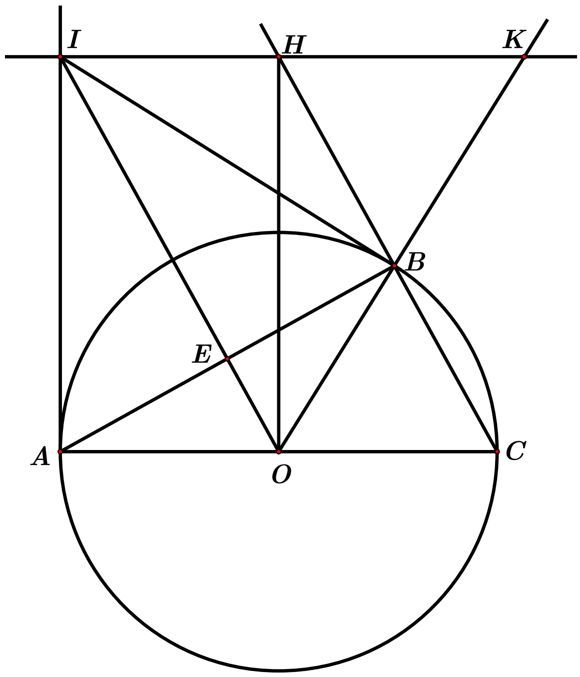
b) Chứng minh rằng tứ giác $AOHI$ là hình chữ nhật

c) Tia $OB$ cắt $IH$ tại $K$. Chứng minh tam giác $IOK$ cân.

d) Khi $AI = 2R$, tính diện tích tam giác $ABC$

Lời giải

a) Chứng minh $BC//OI$




Xét $(O;R)$ có $AI$ và $BI$ là các tiếp tuyến cắt nhau tại $I$ nên $IA = IB$

Ta lại có: $OA = OB = R$

Do đó: $OI$ là đường trung trực của đoạn thẳng $AB$

$\Rightarrow OI \perp AB$

Vì $\Delta ABC$ nội tiếp đường tròn đường kính $AC$ nên $\widehat{ABC}=90^0$

$\Rightarrow AB\perp BC$

$\left.\begin{matrix} OI\perp AB \\ BC\perp AB \end{matrix}\right\}\Rightarrow BC//OI$

b) Chứng minh rằng tứ giác $AOHI$ là hình chữ nhật

Xét tứ giác $AOHI$ có:

$\widehat{IAO}=90^0$ (vì $AI$ là tiếp tuyến của $(O;R)$ tại $A$) (1)

$\widehat{AOH}=90^0$ (vì $OH\perp AC$) (2)

Xét $\Delta AIO$ và $\Delta OHC$ có:

$\widehat{IAO}=\widehat{HOC}=90^0$

$OA=OC=R$

$\widehat{IOA}=\widehat{HCO}$ (Hai góc đồng vị, $BD//OI$)

Do đó: $\Delta AIO=\Delta OHC(g.c.g)$

$\Rightarrow IO=HC$ (Hai cạnh tương ứng)

Mà $IO//HC$

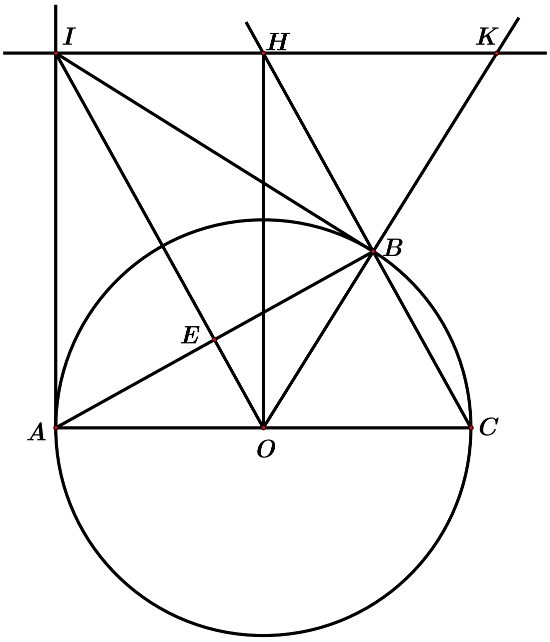
$\Rightarrow$ Tứ giác $IOCH$ là hình bình hành.

$\Rightarrow IH//OC$ hay $IH//AC$ (vì $O$ là trung điểm của $AC$)

$\left.\begin{matrix} IH//AC \\ OH\perp AC \end{matrix}\right\}\Rightarrow IH\perp OH\Rightarrow \widehat{OHI}=90^0$ (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra tứ giác $AOHI$ là hình chữ nhật.

c) Tia $OB$ cắt $IH$ tại $K$. Chứng minh tam giác $IOK$ cân.




Vì tứ giác $AOHI$ là hình chữ nhật nên $\widehat{AIH} = 90^0$

Ta có: $\widehat{OIK} = 90^0 - \widehat{AIO}$

Ta lại có: $\widehat{AOI} = 90^0 - \widehat{AIO}$ (vì $\Delta OAI$ vuông tại $A$)

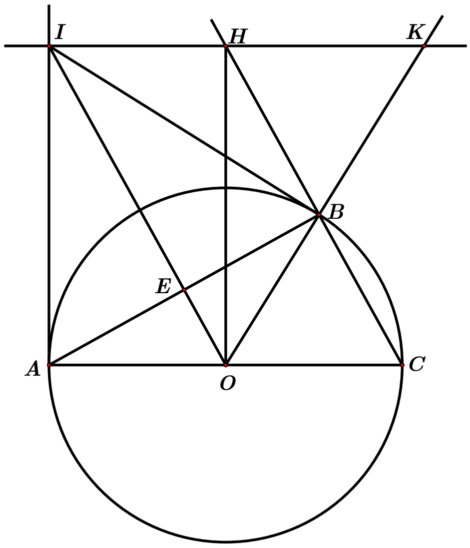
$\Rightarrow \widehat{AOI} = \widehat{OIK}$

Mà $\widehat{IOK} = \widehat{AOI}$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra: $\widehat{OIK} = \widehat{OIK}$

Vậy $\Delta IOK$ cân tại $K$

d) Khi $AI = 2R$, tính diện tích tam giác $ABC$




Gọi $E$ là giao điểm của $OI$ và $AB$

Theo câu a) ta có: $OI$ là đường trung trực của đoạn thẳng $AB$

$\Rightarrow AB \perp OI$ tại $E$ và $AE = EB$

Xét $\Delta IAO$ vuông tại $A$, có $AE \perp OI$.

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có: $\dfrac{1}{AE^2} = \dfrac{1}{IA^2} + \dfrac{1}{OA^2}$

$$\frac{1}{AE^2} = \frac{1}{(2R)^2} + \frac{1}{R^2} = \frac{1}{4R^2} + \frac{1}{R^2} = \frac{5}{4R^2}$$

$$\Rightarrow AE^2 = \frac{4R^2}{5}$$

$\Rightarrow AE = \dfrac{2R}{\sqrt{5}} \Rightarrow AB = \dfrac{4R}{\sqrt{5}}$ (Vì $E$ là trung điểm của đoạn thẳng $AB$)

Áp dụng định lí Pitago vào $\Delta ABC$ vuông tại $B$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow BC^2 = AC^2 - AB^2$$

$$BC^2 = (2R)^2 - \left(\frac{4R}{\sqrt{5}}\right)^2 = 4R^2 - \frac{16R^2}{5} = \frac{4R^2}{5}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{2R}{\sqrt{5}}$$

Diện tích tam giác $ABC$ là: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{4R}{\sqrt{5}} \cdot \frac{2R}{\sqrt{5}} = \frac{4R^2}{5}$

**Câu 5. (0,5 điểm)**

Cho $a,b,c$ là ba số dương thỏa mãn điều kiện $a+b+c=1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\dfrac{(1+a)(1+b)1+c)}{(1-a)(1-b)1-c)}$

<u>Lời giải</u>

Vì $a,b,c>0$ và $a+b+c=1$ nên ta có:

$1-a=b+c>0$; $1-b=a+c>0$; $1-c=a+b>0$

Ta có:

$1+a=1+(1-b-c)=(1-b)+(1-c)\geq 2\sqrt{(1-b)(1-c)}$ (BĐT Cauchy)

Tương tự: $1+b\geq 2\sqrt{(1-a)(1-c)}$ (BĐT Cauchy)

$1+c\geq 2\sqrt{(1-a)(1-b)}$ (BĐT Cauchy)

$(1+a)(1+b)(1+c)\geq 8\sqrt{(1-a)^2(1-b)^2(1-c)^2}=8(1-a)(1-b)(1-c)$

$\Rightarrow \dfrac{(1+a)(1+b)1+c)}{(1-a)(1-b)1-c)}\geq 8$

Dấu "=" xảy ra khi $1-a=1-b=1-c \Leftrightarrow a=b=c$

Mà $a+b+c=1 \Rightarrow a=b=c=\dfrac{1}{3}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $A$ là 8 khi $a=b=c=\dfrac{1}{3}$