

Bài 1. (2,0 điểm)

1, Thực hiện phép tính:

a) $2\sqrt{75} - 8\sqrt{27} + 4\sqrt{48}$

b) $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - 2\sqrt{5}$

2, Giải phương trình: $x - 2\sqrt{x-3} = 3$

Bài 2. (2,0 điểm) Cho 2 biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2}$ và $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3} + \frac{\sqrt{x} - 8}{x - 5\sqrt{x} + 6}$
với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x = \frac{1}{4}$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để $B < A$.

Bài 3. (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = (m + 1)x + 3$ (với $m \neq -1$) có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Vẽ đồ thị hàm số khi $m = 2$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = -2x + 1$.

c) Tìm m để đường thẳng (d) cắt hai trục tọa độ Ox, Oy tạo thành một tam giác có diện tích bằng 9.

Bài 4. (3,5 điểm) Cho đường tròn (O;R) đường kính AB. Điểm C thuộc đường tròn sao cho $AC > CB$; C khác A và B. Kẻ CH vuông góc với AB tại H; kẻ OI vuông góc với AC tại I.

a) Chứng minh 4 điểm C, H, O, I cùng thuộc một đường tròn.

b) Kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn (O;R), tia OI cắt Ax tại M, chứng minh $OI \cdot OM = R^2$. Tính độ dài đoạn OI biết $OM = 2R$ và $R = 6\text{cm}$.

c) Gọi giao điểm BM với CH là K. Chứng minh tam giác AMO đồng dạng với tam giác HCB và $KC = KH$.

d) Giả sử (O;R) cố định, điểm C thay đổi trên đường tròn nhưng vẫn thỏa mãn điều kiện của đề bài. Xác định vị trí của C để chu vi của tam giác OHC đạt giá trị lớn nhất? Tìm giá trị lớn nhất đó theo R.

Bài 5: (0,5 điểm) Cho các số thực $x, y, z > 0$ và $x + 2y + 3z \geq 20$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + z + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{4}{z}$

— Hết —

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Họ tên thí sinh.....

Họ tên chữ ký GT số 1.....

HS lớp....., trường THCS.....

Họ tên chữ ký GT số 2.....

Bài 1. (2,0 điểm) 1, Thực hiện phép tính:		
a) $2\sqrt{75} - 8\sqrt{27} + 4\sqrt{48} = 2.5.\sqrt{3} - 8.3.\sqrt{3} + 4.4.\sqrt{3}$	0,25	0,75
$= 10.\sqrt{3} - 24.\sqrt{3} + 16.\sqrt{3}$	0,25	
$= 2\sqrt{3}$	0,25	
b) $\frac{\sqrt{15} - \sqrt{5}}{\sqrt{3} - 1} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - 2\sqrt{5} = \dots = \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} - 2\sqrt{5}$	0,25	0,5
$= \sqrt{5} + \sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} = -2$ (vì $\sqrt{5} > 2$)	0,25	
2, Giải phương trình: $x - 2\sqrt{x-3} = 3$ ĐKXD: $x \geq 3$	0,25	0,75
Ta có $x - 2\sqrt{x-3} = 3 \Leftrightarrow x - 3 - 2\sqrt{x-3} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x-3}(\sqrt{x-3} - 2) = 0$	0,25	
$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-3} = 0 \\ \sqrt{x-3} - 2 = 0 \end{cases} \dots \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 7 \end{cases}$ đối chiếu với ĐKXD và kết luận nghiệm	0,25	
Bài 2. (2,0 điểm)		
a) Thay $x = \frac{1}{4}$ (t/m ĐKXD) vào biểu thức A ta có $A = \frac{\sqrt{\frac{1}{4} + 1}}{\sqrt{\frac{1}{4} - 2}}$	0,25	0,5
$= \frac{\frac{1}{2} + 1}{\frac{1}{2} - 2} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{3}{2}} = -1$	0,25	
b) Rút gọn biểu thức B. Với $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ ta có:		
$B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3} + \frac{\sqrt{x} - 8}{x - 5\sqrt{x} + 6} = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 3} + \frac{\sqrt{x} - 8}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)}$	0,25	1,0
$= \frac{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2) + \sqrt{x} - 8}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{x - 4 + \sqrt{x} - 8}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{x + \sqrt{x} - 12}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)}$	0,25	
$= \frac{(\sqrt{x} + 4)(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 2)} = \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 2}$ 0,25 + 0,25	0,5	
c) Tìm các giá trị nguyên của x để $B < A$. Ta có		
$B < A \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} < 0 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x} - 2} < 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow 0 \leq x < 4$	0,25	0,5
Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{0; 1; 2; 3\}$	0,25	
Bài 3. (2,0 điểm) a) Với $m = 2$ ta có hàm số $y = 3x + 3$	0,25	0,75
Lập bảng hoặc tìm tọa độ giao điểm với trục hoành, trục tung Vẽ đúng đồ thị hàm số	0,5	

<p>b) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = -2x + 1$.</p> <p>Lập luận ra đk $\begin{cases} m+1 = -2 \\ 3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3$ 0,25 + 0,25</p>	0,5	0,75	
<p>Đổi chiều với đk $m \neq -1$ kết luận $m = -3$</p>	0,25		
<p>c) Gọi giao điểm của đường thẳng (d) với trục Ox là A; Oy là B</p> <p>Tìm được tọa độ điểm A là $\left(\frac{-3}{m+1}; 0\right) \Rightarrow OA = \left \frac{-3}{m+1}\right$</p> <p>Tìm được tọa độ điểm B là $(0; 3) \Rightarrow OB = 3$</p> <p>Suy ra $S_{OAB} = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \left \frac{-3}{m+1}\right \cdot 3 = \frac{9}{2 \cdot m+1 }$</p>	0,25	0,5	
<p>Nên $S_{OAB} = 9 \Leftrightarrow \frac{9}{2 \cdot m+1 } = 9 \Leftrightarrow m+1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \dots m = -\frac{1}{2}; m = -\frac{3}{2}$</p> <p>Đổi chiều với đk và KL</p>	0,25		
<p>Bài 4. (3,5 điểm)</p> <p>Vẽ hình đúng đến câu a) cho 0,25 đ</p>			0,25
<p>a) Chứng minh 4 điểm C, H, O, I cùng thuộc một đường tròn.</p> <p>C/m 3 điểm O, H, C cùng thuộc đường tròn đường kính OC</p>	0,25	0,75	
<p>C/m 3 điểm O, I, C cùng thuộc đường tròn đường kính OC</p>	0,25		
<p>Suy ra 4 điểm O, I, C, H cùng thuộc đường tròn đường kính OC</p>	0,25		
<p>b) Chứng minh $OI \cdot OM = R^2$.</p> <p>c/m cho tam giác AOM vuông tại A, đ/cao AI suy ra $OI \cdot OM = OA^2$</p>	0,25	1,0	
<p>Thay $OA = R$ vào biểu thức ta có $OI \cdot OM = R^2$</p>	0,25		
<p>Tính OI. Từ hệ thức trên suy ra $OI = \frac{R^2}{OM}$;</p> <p>thay $OM = 2R$; $R = 6\text{cm}$ suy ra $OI = 3\text{cm}$</p>	0,5		
<p>c) Chứng minh tam giác AMO đồng dạng với tam giác HCB</p> <p>C/m được $BC \parallel MO$ suy ra $\angle MOA = \angle CBH$</p>	0,25	0,5	
<p>C/m tam giác AMO đồng dạng với tam giác HCB</p>	0,25		
<p>c/m $KC = KH$.</p> <p>Ta có $\triangle BCH$ đồng dạng với $\triangle OMA$ suy ra</p> <p>$\frac{CH}{AM} = \frac{BH}{AO} = \frac{BH}{R} \Rightarrow CH = \frac{AM \cdot BH}{R}$ (1)</p>	0,25	1,0	
		0,5	

<p>Xét tam giác ABM có KH // AM, áp dụng hệ quả đ/l Talet ta có</p> $\frac{KH}{AM} = \frac{BH}{BA} = \frac{BH}{2R} \Rightarrow 2.KH = \frac{AM.BH}{R} \quad (2)$ <p>Từ (1) và (2) suy ra CH = 2.KH suy ra KC = KH</p>	0,25	
<p>d) Chu vi tam giác OCH là</p> $P_{OCH} = OC + CH + OH = R + CH + OH$ <p>Áp dụng bất đẳng thức Bunhiakopski ta có</p> $CH + OH \leq \sqrt{(1^2 + 1^2)(CH^2 + OH^2)} = \sqrt{2R^2} = R\sqrt{2}$ <p>Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow CH = OH$</p> $\Leftrightarrow \Delta OCH \text{ vuông cân tại H} \Leftrightarrow COH = 45^\circ \Leftrightarrow COB = 45^\circ$	0,25	0,5
<p>Suy ra $P_{OCH} \leq R + R\sqrt{2} = R(1 + \sqrt{2})$ (không đổi)</p> <p>Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow COB = 45^\circ$.</p> <p>KL giá trị lớn nhất của chu vi tam giác OHC là $R(1 + \sqrt{2})$ khi $COB = 45^\circ$</p>	0,25	
<p>Bài 5: (0,5 điểm) Cho $x, y, z > 0$ và $x + 2y + 3z \geq 20$.</p> <p>Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + y + z + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{4}{z}$</p> <p>Ta có</p> $P = x + y + z + \frac{3}{x} + \frac{9}{2y} + \frac{4}{z} = \left(\frac{3x}{4} + \frac{3}{x}\right) + \left(\frac{y}{2} + \frac{9}{2y}\right) + \left(\frac{z}{4} + \frac{4}{z}\right) + \left(\frac{x}{4} + \frac{y}{2} + \frac{3z}{4}\right)$ $= \left(\frac{3x}{4} + \frac{3}{x}\right) + \left(\frac{y}{2} + \frac{9}{2y}\right) + \left(\frac{z}{4} + \frac{4}{z}\right) + \frac{x + 2y + 3z}{4}$	0,25	
<p>Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số không âm ta có</p> $\frac{3x}{4} + \frac{3}{x} \geq 2\sqrt{\frac{3x}{4} \cdot \frac{3}{x}} = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$ <p>Dấu "=" xảy ra khi $x = 2$</p> $\frac{y}{2} + \frac{9}{2y} \geq 2\sqrt{\frac{y}{2} \cdot \frac{9}{2y}} = 2 \cdot \frac{3}{2} = 3$ <p>Dấu "=" xảy ra khi $y = 3$</p> $\frac{z}{4} + \frac{4}{z} \geq 2\sqrt{\frac{z}{4} \cdot \frac{4}{z}} = 2$ <p>Dấu "=" xảy ra khi $z = 4$</p> <p>Do $x + 2y + 3z \geq 20$ suy ra $\frac{x + 2y + 3z}{4} \geq \frac{20}{4} = 5$</p> <p>Suy ra $P \geq 3 + 3 + 2 + 5 = 13$. Dấu "=" xảy ra khi $x = 2; y = 3; z = 4$</p> <p>Vậy $\min P = 13$ khi $x = 2; y = 3; z = 4$</p>	0,25	0,5

Lưu ý: HS làm theo cách khác giám khảo cho điểm tương đương.